SIGNALS AND SYSTEMS

信号与系统

第三章 离散时间信号与系统的时域分析

南京邮电大学

通信与信息工程学院

第三章 离散时间信号与系统的时域分析

- 3.1 典型的离散时间信号
- 3.2 离散时间信号的基本运算
- 3.3 离散系统的零输入响应
- 3.4 离散系统的单位脉冲响应
- 3.5 离散系统的零状态响应
- 3.6 离散时间系统的全响应
- 本章要点
- 作业

概述
3.1.1 复指数序列
3.1.2 单位脉冲序列
3.1.3 单位阶跃序列

3.1 典型的离散时间信号

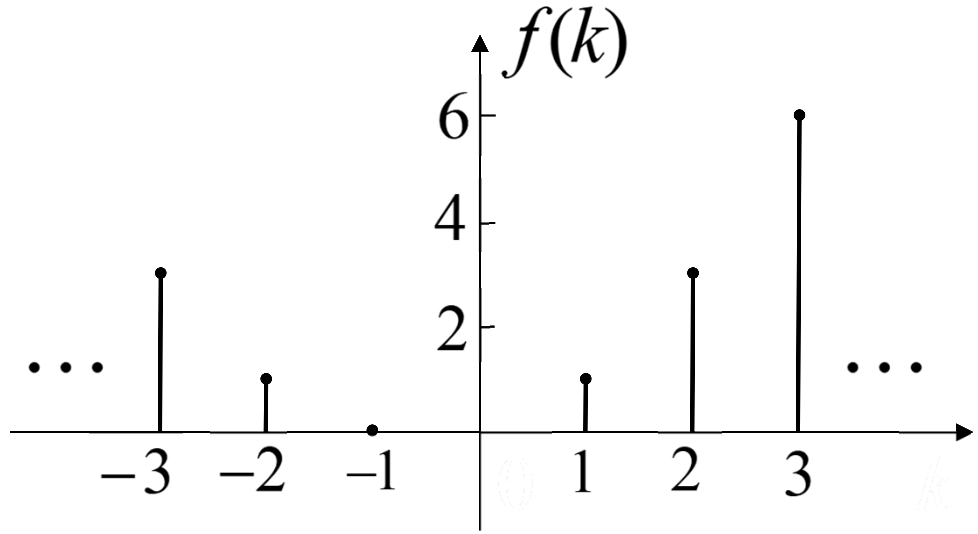
概述

离散信号的表示方法：

1. 解析式 $$f(k)=\frac{k(k+1)}{2},\quad k=\cdots,-2,-1,0,1,2,\cdots$$

2. 序列形式 $$f(k)=\{\cdots 3,1,0,\underline{0},1,3,6,\cdots\}$$

3. 图形



3.1 典型的离散时间信号

- 序列的分类

1. 双边序列

序列 $f(k)$ 对所有的整数 k 都存在确定的非零值。

2. 单边序列

有始序列（右边序列）：当$k \le k_1$时，$f(k)=0$

$k_1 \ge 0$的有始序列称为因果序列

有终序列（左边序列）：当$k \ge k_2$时，$f(k)=0$

$k_2 \le 0$的有终序列称为反因果序列

3. 有限序列

序列 $f(k)$ 仅在 $k_1 \le k \le k_2$ 区间有非零确定值。

3.1.1 复指数序列

复指数序列 $f(k)=Ae^{\beta k}$

其中，A 和 β 可以是实常数，也可以是复数。

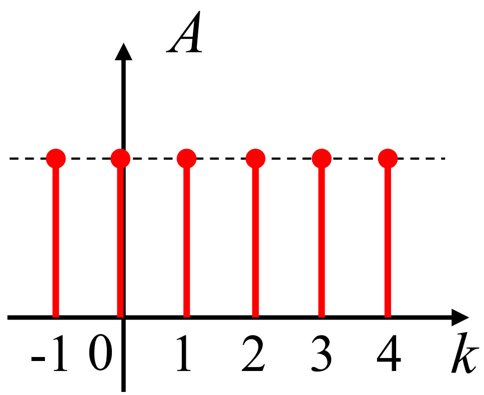
$$A=|A|e^{j\phi}$$

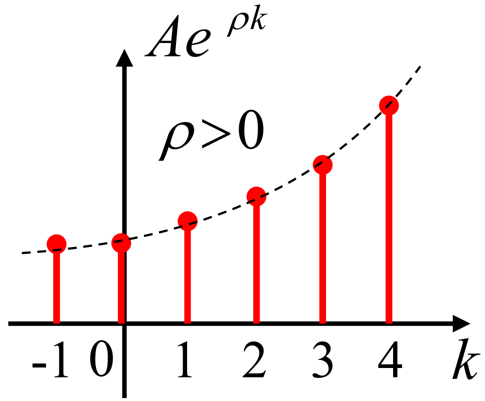
$$\beta=\rho+j\Omega_0$$

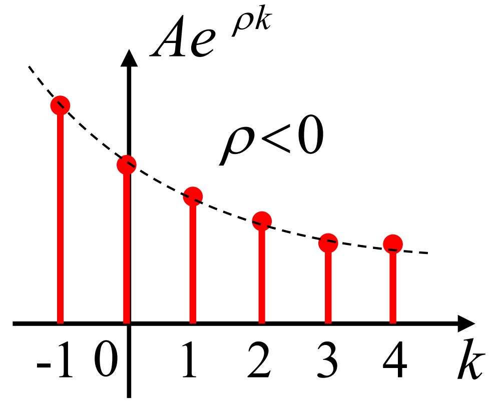
- 复指数序列可用来表示多种信号：

(1) 若 A 为实数，设 $\beta=0$,则 $Ae^{\beta k}=A$ 为直流序列。

(2) 当A为实数，$\Omega_0=0$时，$Ae^{\beta k}=Ae^{\rho k}$为实指数序列。







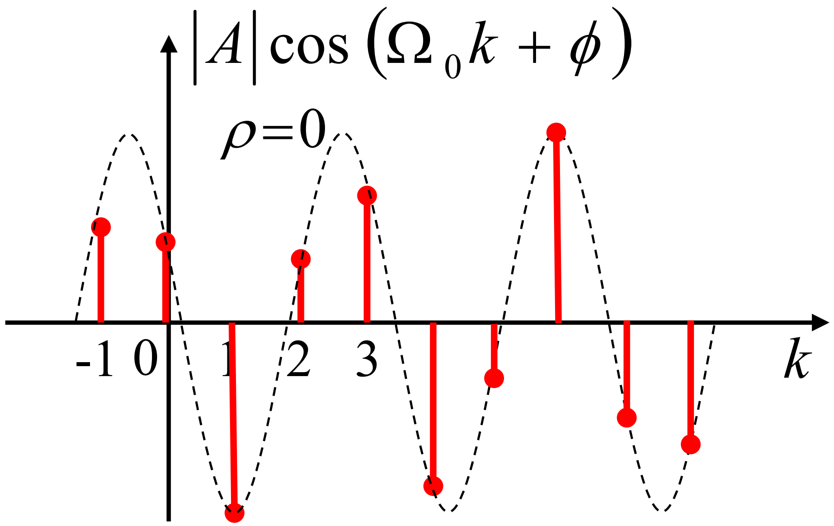
3.1.1 复指数序列

(3) 若 $A=1, \beta=j\Omega_0$，则 $Ae^{\beta k}=e^{j\Omega_0 k}$ 为虚指数序列。

根据欧拉公式，上式可写成

$$f(k)=e^{j\Omega_0 k}=\cos\Omega_0 k+j\sin\Omega_0 k$$

可见，虚指序列的实部和虚部都是正弦序列。当满足 $\dfrac{\Omega_0}{2\pi}$ 为有理数时，虚指序列才是周期序列。



3.1.1 复指数序列

(4) 一般情况下，若 A, β 均为复数，则 $f(k)=Ae^{\beta k}$ 为复指数序列。

设 $A=|A|e^{j\phi}$，$\beta=\rho+j\Omega_0$，并记 $e^{\rho}=r$，则有

$$f(k)=Ae^{\beta k}=|A|e^{j\phi}e^{(\rho+j\Omega_0)k}$$

$$=|A|e^{j\phi}\underline{e^{\rho k}}e^{j\Omega_0 k}$$

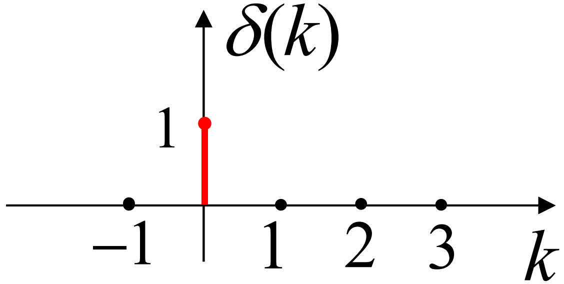
$$=|A|e^{j\phi}\underline{r^k}e^{j\Omega_0 k}=|A|r^k e^{j(\Omega_0 k+\phi)}$$

$$=|A|r^k[\cos(\Omega_0 k+\phi)+j\sin(\Omega_0 k+\phi)]$$

其实部和虚部均为变幅的正弦序列。

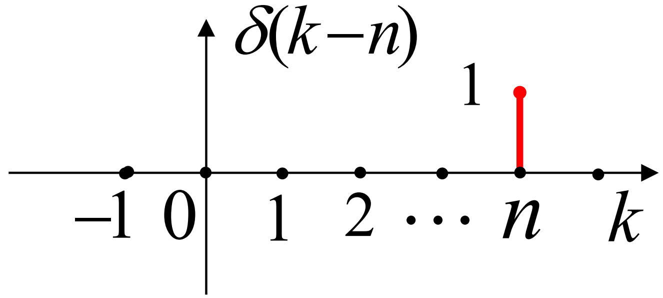
3.1.2 单位脉冲序列

单位脉冲序列： $$\delta(k)=\begin{cases}1 & k=0\\0 & k\neq 0\end{cases}$$



延迟单位脉冲序列：

$$\delta(k-n)=\begin{cases}1 & k=n\\0 & k\neq n\end{cases}$$



（1）筛选特性： $$\sum_{k=-\infty}^{\infty} f(k)\delta(k-n)=f(n)$$

（2）加权特性： $$f(k)\delta(k-n)=f(n)\delta(k-n)$$

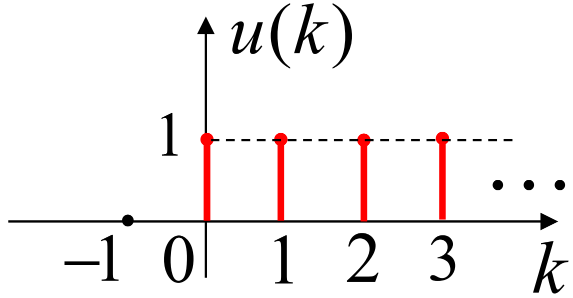
应用此性质，可以把任意离散信号 $f(k)$ 表示为一系列延时单位函数的加权和：

$$f(k)=\cdots+f(-2)\delta(k+2)+f(-1)\delta(k+1)+f(0)\delta(k)+f(1)\delta(k-1)+\cdots=\sum_{n=-\infty}^{\infty} f(n)\delta(k-n)$$

3.1.3 单位阶跃序列

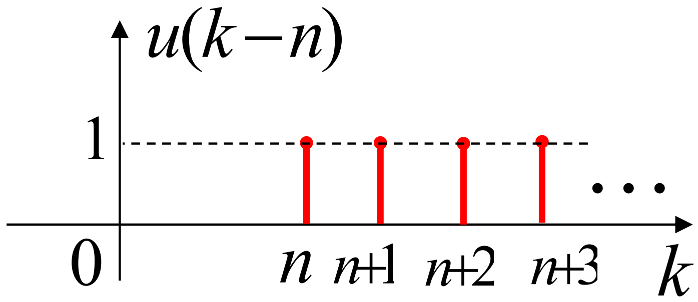
单位阶跃序列：

$$u(k)=\begin{cases}1 & k\geq 0\\ 0 & k<0\end{cases}$$



延迟单位阶跃序列：

$$u(k-n)=\begin{cases}1 & k\geq n\\ 0 & k<n\end{cases}$$



$u(k)$与$\delta(k)$的关系：

$$\delta(k)=\nabla u(k)=u(k)-u(k-1)$$

$$u(k)=\sum_{n=-\infty}^{k}\delta(n)$$

$$=\sum_{n=0}^{\infty}\delta(k-n)$$

对比：

$$\delta(t)=\frac{d}{dt}u(t)$$

$$u(t)=\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)d\tau$$

第三章 离散时间信号与系统的时域分析

- 3.1 典型的离散时间信号
- 3.2 离散时间信号的基本运算
- 3.3 离散系统的零输入响应
- 3.4 离散系统的单位脉冲响应
- 3.5 离散系统的零状态响应
- 3.6 离散时间系统的全响应
- 本章要点
- 作业

3.2.1 替换自变量的运算

3.2.2 相加与相乘

3.2.3 差分与累加

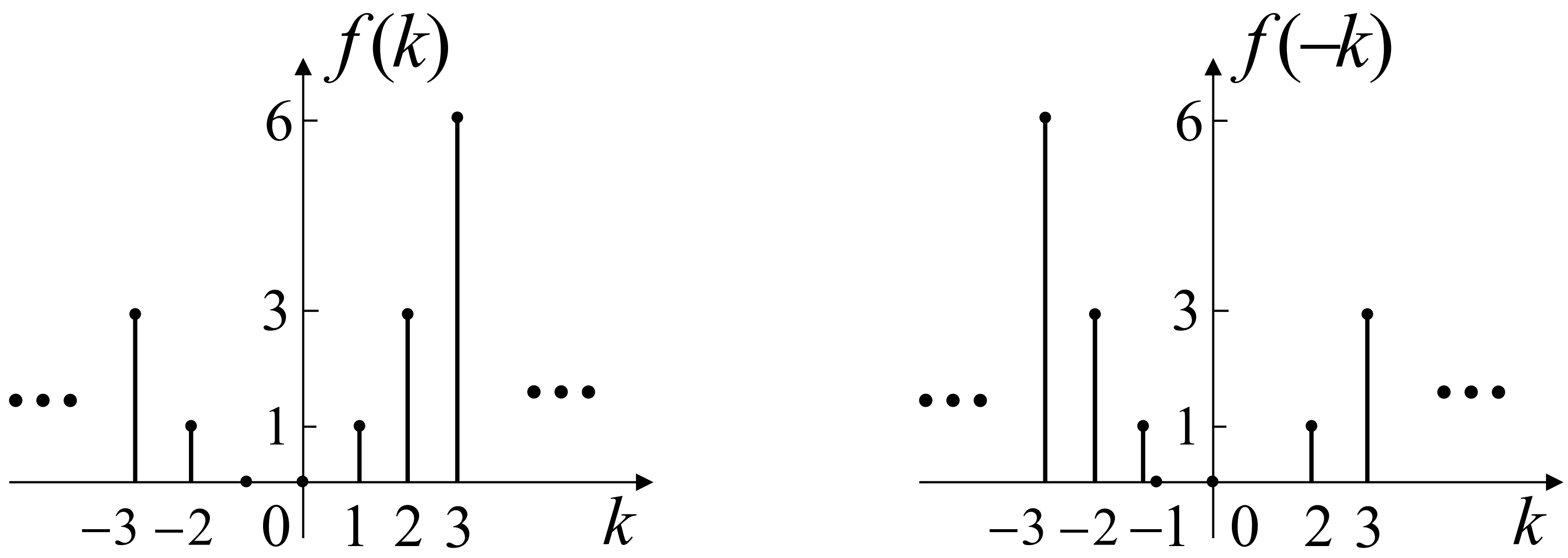
3.2.4 离散信号的时域分解

3.2.1 替换自变量的运算

1. 翻转：

$$f(k) \xrightarrow{k \to -k} f(-k)$$

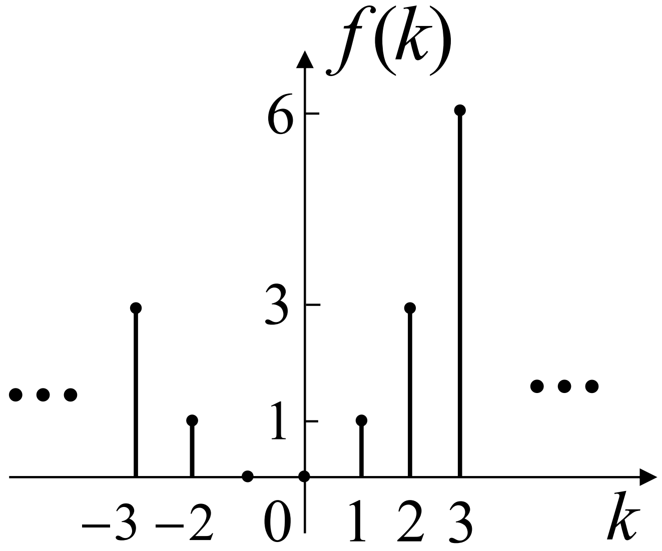
从波形上看，$f(k)$ 与 $f(-k)$关于坐标纵轴对称，或者说将 $f(k)$ 以纵轴为中心翻转**180**度即可得到 $f(-k)$。



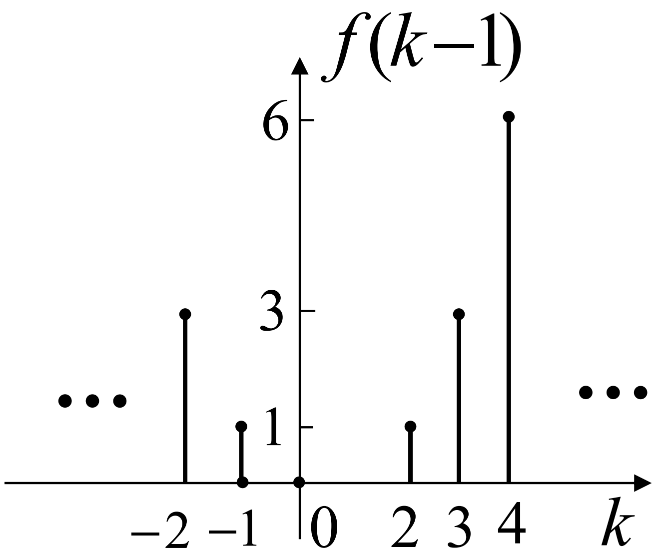
3.2.1 替换自变量的运算

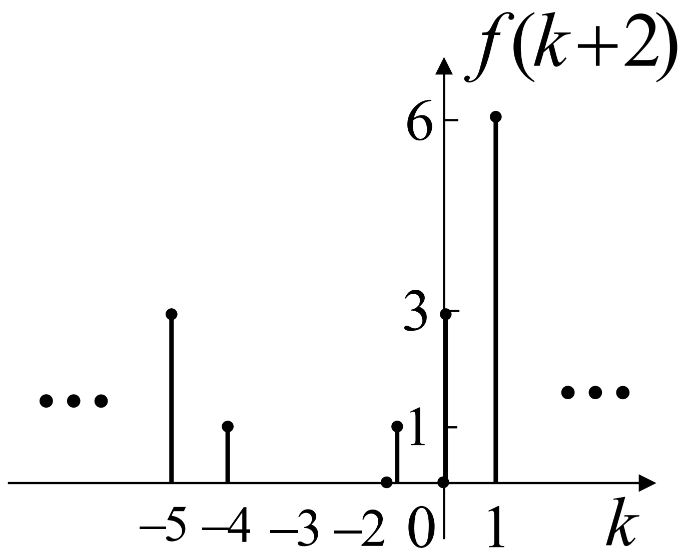
2. 移位：

$$f(k) \xrightarrow{k=k\pm n} f(k\pm n)$$



$f(k)$ 右移n位成$f(k\text{-}n)$, 左移n位成$f(k+n)$。



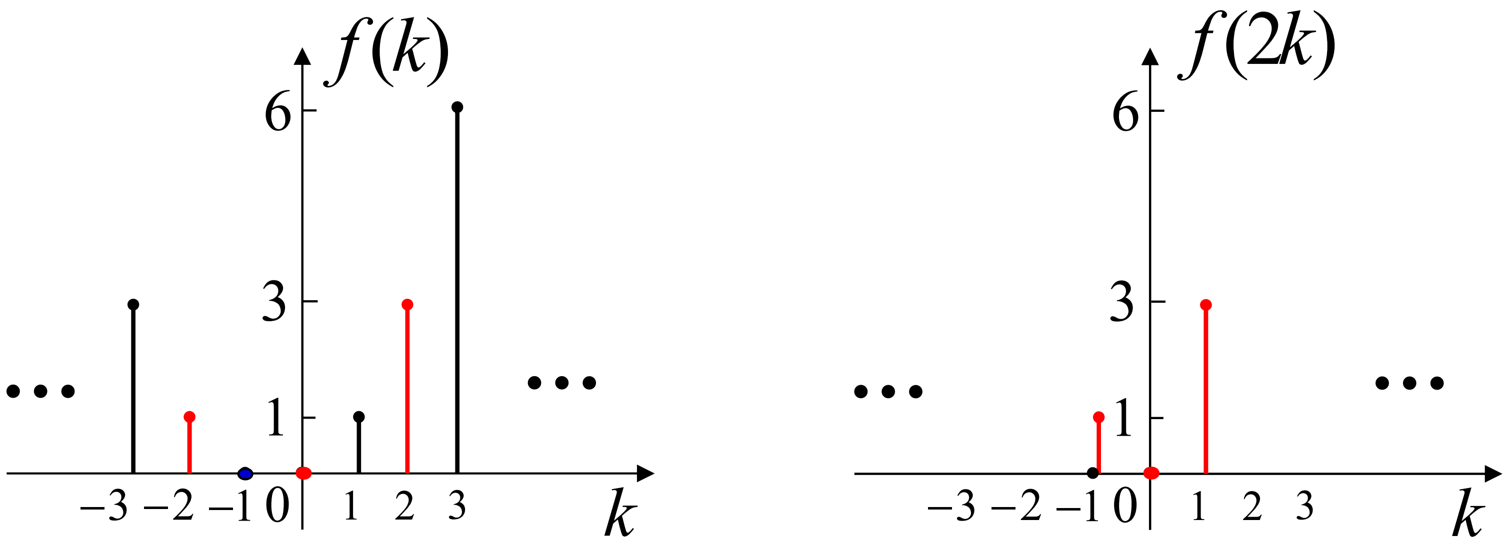


3.2.1 替换自变量的运算

3. 尺度变换：

$$f(k) \xrightarrow{k=mk} f(mk)$$

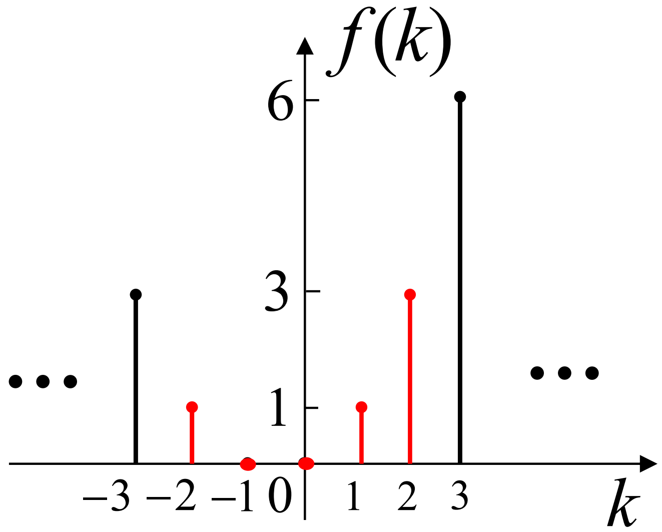
设 m 为正整数，从波形上看，$f(mk)$ 是将 $f(k)$ 的波形压缩，表示在序列 $f(k)$中每隔 m-1 点抽取一点，也称为序列 $f(k)$的 m 倍抽取。

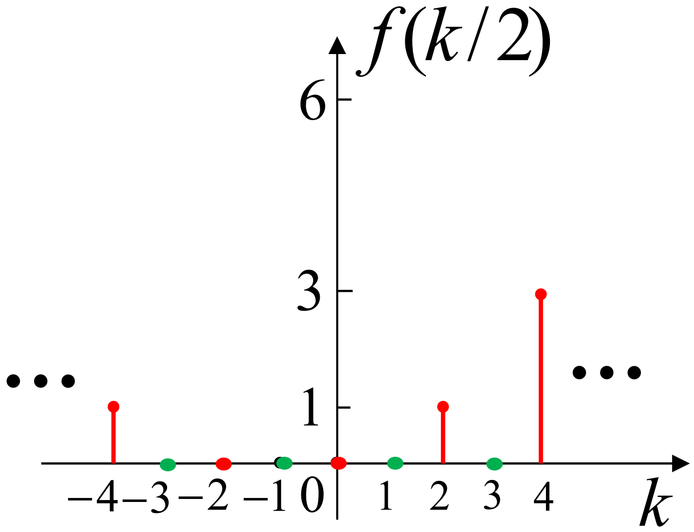


3.2.1 替换自变量的运算

$$f(k) \xrightarrow{k=k/m} f(k/m)$$

$f(m/k)$是将 $f(k)$的波形扩展，表示在序列 $f(k)$中每相邻两点之间插入 m-1个零值点，也称为序列 $f(k)$ 的 m倍内插。





3.2.2 相加与相乘

序列相加（或相乘）：

两个序列同序号的数值逐项对应相加(或相乘)。

$$f(k)=f_1(k)+f_2(k)$$

$$f(k)=f_1(k)\cdot f_2(k)$$

注意在用基本定义解的时候，***k***的取值范围要一致！

例：已知序列

$$f_1(k)=\begin{cases}0 & k<-1\\ 2^{-k}+5 & k\ge -1\end{cases}\qquad f_2(k)=\begin{cases}2^{k} & k<0\\ k+2 & k\ge 0\end{cases}$$

试求$f_1(k)+f_2(k)$和$f_1(k)\cdot f_2(k)$。

解：

$$f_1(k)=\begin{cases}0 & k<-1\\ 7 & k=-1\\ 2^{-k}+5 & k\ge 0\end{cases}\qquad f_2(k)=\begin{cases}2^{k} & k<-1\\ 1/2 & k=-1\\ k+2 & k\ge 0\end{cases}$$

$$f_1(k)+f_2(k)=\begin{cases}2^{k} & k<-1\\ 15/2 & k=-1\\ 2^{-k}+k+7 & k\ge 0\end{cases}$$

$$f_1(k)\cdot f_2(k)=\begin{cases}0 & k<-1\\ 7/2 & k=-1\\ k2^{-k}+2^{-k+1}+5k+10 & k\ge 0\end{cases}$$

3.2.3 差分与累加

1. 序列的差分（对应于连续信号的微分）

一阶前向差分：$\Delta f(k)=f(k+1)-f(k)$

二阶前向差分：
$$\Delta\left[\Delta f(k)\right]=\Delta^2 f(k)=\Delta f(k+1)-\Delta f(k)$$
$$=f(k+2)-2f(k+1)+f(k)$$

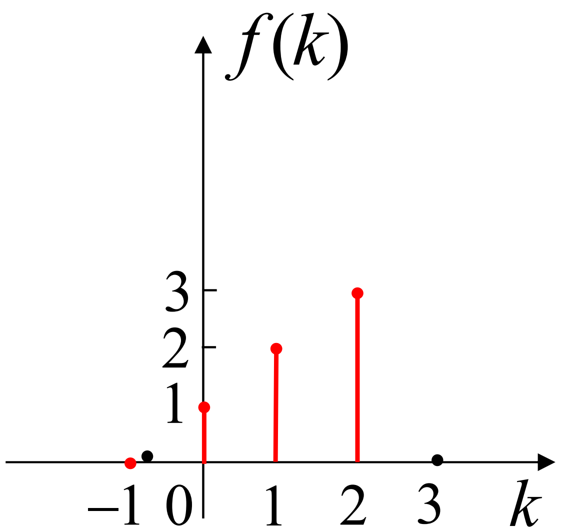
一阶后向差分：$\nabla f(k)=f(k)-f(k-1)$

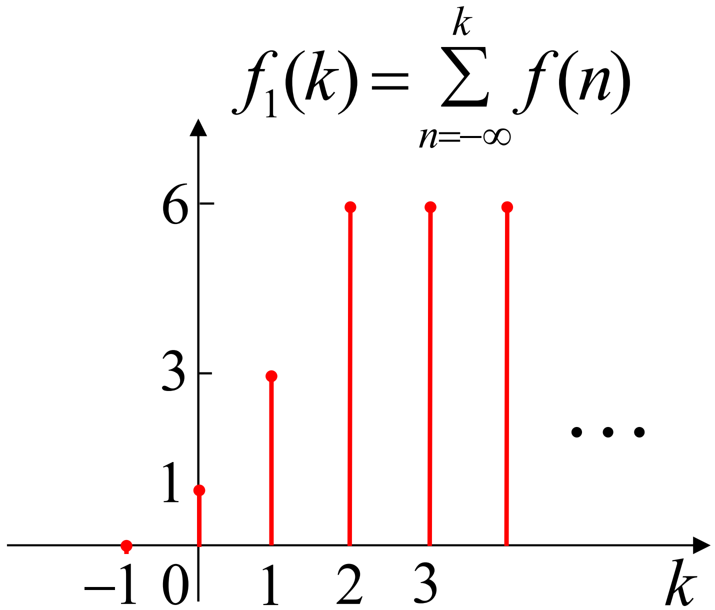
二阶后向差分：
$$\nabla\left[\nabla f(k)\right]=\nabla^2 f(k)=\nabla f(k)-\nabla f(k-1)$$
$$=f(k)-2f(k-1)+f(k-2)$$

3.2.3 差分与累加

2. 序列的累加（对应于连续信号的积分）

$$f_1(k)=\sum_{n=-\infty}^{k} f(n)$$





3.2.4 离散信号的时域分解

根据单位脉冲序列的加权特性 $f(k)\delta(k-n) = f(n)\delta(k-n)$

任意序列可以表示为延迟的单位脉冲序列的线性加权和，即

$$f(k) = \cdots + f(-2)\delta(k+2) + f(-1)\delta(k+1) + f(0)\delta(k) + f(1)\delta(k-1) + \cdots$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(n)\delta(k-n)$$

表明任意离散时间信号可以分解为单位脉冲序列的线性组合。

当求解序列 $f(k)$ 通过离散时间线性时不变系统产生的响应时，只需求解单位脉冲序列 $\delta(k)$ 通过该系统产生的响应，然后利用线性时不变系统的特性，即可求得序列 $f(k)$ 产生的响应。

任意序列 $f(k)$ 分解为脉冲序列是离散时间系统时域分析的基础。

- 3.1 典型的离散时间信号
- 3.2 离散时间信号的基本运算
- 3.3 离散系统的零输入响应
- 3.4 离散系统的单位脉冲响应
- 3.5 离散系统的零状态响应
- 3.6 离散时间系统的全响应
- 本章要点
- 作业

3.3 离散时间系统的零输入响应

当输入信号为零时，描述系统的差分方程为齐次差分方程，即

$$a_n y(k+n)+a_{n-1}y(k+n-1)+\cdots+a_1 y(k+1)+a_0 y(k)=0$$

此时只要根据零输入响应的n个初始条件求解齐次差分方程就可以了。

【例】 已知某线性时不变离散系统的差分方程为

$$y(k+2)-0.5y(k+1)-y(k)=3x(k+)-2x(k),$$

初始条件$y_{zi}(0)=3$，$y_{zi}(1)=0$

试求系统的零输入响应。

解： 特征方程为 $r^2-0.5r-1=0$，

解得特征根 $r_1=1$、$r_2=-0.5$，

零输入响应的形式应为

$$y_{zi}(k)=c_1+c_2(-0.5)^k \quad (k\geqq 0)$$

代入初始条件，得

$$\begin{cases} y_{zi}(0)=c_1+c_2=3 \\ y_{zi}(1)=c_1-0.5c_2=0 \end{cases}$$

解得 $$\begin{cases} c_1=1 \\ c_2=2 \end{cases}$$

故 $y_{zi}(k)=1+2(-0.5)^k \quad (k\geqq 0)$

- 3.1 典型的离散时间信号
- 3.2 离散时间信号的基本运算
- 3.3 离散系统的零输入响应
- 3.4 离散系统的单位脉冲响应
- 3.5 离散系统的零状态响应
- 3.6 离散时间系统的全响应
- 本章要点
- 作业

3.4 离散系统的单位脉冲响应

求解描述系统的线性常微分方程

1. 迭代法

2. 间接法

1. 迭代法

单位脉冲序列 $\delta(k)$ 只在 $k=0$ 时取非零值 $\delta(0)=1$，利用这一特点可以方便地用迭代法求出 $h(k)$ 。

例：若某离散时间系统的差分方程为 $y(k+1)+a_0 y(k)=b_0 x(k)$，求系统的单位脉冲响应 $h(k)$。

解：根据单位脉冲响应 $h(k)$ 的定义，它应满足方程：

$$h(k+1)+a_0 h(k)=b_0\delta(k)$$

对于因果系统，由于 $\delta(-1)=0$，故 $h(-1)=0$

采用迭代法，将差分方程写成 $h(k+1)=b_0\delta(k)-a_0 h(k)$

取k=−1代入，可求得： $h(0)=b_0\delta(-1)-a_0 h(-1)=0$

取k=0代入，可求得： $h(1)=b_0\delta(0)-a_o h(0)=b_0$

取k=1代入，可求得： $h(2)=b_0\delta(1)-a_0 h(1)=-a_0 b_0$

取k=2代入，可求得： $h(3)=b_0\delta(2)-a_0 h(2)=(-a_0)^2 b_0$

$$\vdots$$

用归纳法，可得： $h(k)=b_0\delta(k-1)-a_0 h(k-1)=(-a_0)^{k-1} b_0$

一般情况下，用迭代法求系统的单位脉冲响应不易得出解析形式的解。

2. 间接法

结论：

- 对于n阶前向差分方程

$$a_n h_0(k+n)+a_{n-1}h_0(k+n-1)+\cdots+a_1h_0(k+1)+a_0h_0(k)=\delta(k)$$

初始条件为 $h_0(1)=h_0(2)=\cdots=h_0(n-1)=0$，而 $h_0(n)=\dfrac{1}{a_n}$

- 对于n阶后向差分方程

$$a_n h_0(k-n)+a_{n-1}h_0(k-n+1)+\cdots+a_1h_0(k-1)+a_0h_0(k)=\delta(k)$$

初始条件为 $h_0(-1)=h_0(-2)=\cdots=h_0(-n+1)=0$，而 $h_0(0)=\dfrac{1}{a_n}$

（后向差分方程可以转化为前向差分方程来求解）

3.4 离散系统的单位脉冲响应

- 对于 n 阶前向差分方程

$$a_n h_0(k+n) + a_{n-1} h_0(k+n-1) + \cdots + a_1 h_0(k+1) + a_0 h_0(k) = \delta(k)$$

根据特征根的不同类型，齐次解的通解形式有三种：

（1）特征根 r_i 均为单根

$$h_0(k) = \left(\sum_{i=1}^{n} c_i r_i^k \right) u(k-1)$$

（2）特征根有 p 重根 r_1，则对应项为

$$h_0(k) = \left[\left(c_1 + c_2 k + \cdots + c_p k^{p-1} \right) r_1^k \right] u(k-1)$$

（3）特征根中有共轭复根 $r_{1,2} = |r| e^{\pm j\varphi}$，则对应项为

$$h_0(k) = \left[|r|^k \left(c_1 \cos k\varphi + c_2 \sin k\varphi \right) \right] u(k-1)$$

例:某离散时间系统由下列差分方程描述:

$$y(k+2)-5y(k+1)+6y(k)=x(k+2)-3x(k)$$

试求其单位函数响应。

解: 设 $h_0(k+2)-5h_0(k+1)+6h_0(k)=\delta(k)$

特征方程为 $\gamma^2-5\gamma+6=0$,特征根 $\gamma_1=2$,$\gamma_2=3$

则单位函数响应为 $h_0(k)=\left[A_1(2)^k+A_2(3)^k\right]u(k-1)$

代入初始条件 $h_0(1)=0$,$h_0(2)=1$,可解得 $A_1=\dfrac{1}{2}$,$A_2=\dfrac{1}{3}$

即 $h_0(k)=\left(3^{k-1}-2^{k-1}\right)u(k-1)$

所以 $h(k)=h_0(k+2)-3h_0(k)$

$$=(3^{k+1}-2^{k+1})\left[\delta(k+1)+\delta(k)+u(k-1)\right]-3(3^{k-1}-2^{k-1})u(k-1)$$

$$=\delta(k)+(9\times 3^{k-1}-4\times 2^{k-1})u(k-1)-3(3^{k-1}-2^{k-1})u(k-1)$$

$$=\delta(k)+(2\times 3^{k}-2^{k-1})u(k-1)$$

第三章 离散时间信号与系统的时域分析

- 3.1 典型的离散时间信号
- 3.2 离散时间信号的基本运算
- 3.3 离散系统的零输入响应
- 3.4 离散系统的单位脉冲响应
- 3.5 离散系统的零状态响应
- 3.6 离散时间系统的全
- 本章要点
- 作业

3.5.1 离散卷积的引出
3.5.2 离散卷积的性质
3.5.3 确定离散卷积求和限的公式
3.5.4 离散卷积的图解
3.5.5 离散卷积的列表计算

3.5.1 离散卷积的引出

线性时不变离散系统的数学模型：

线性常系数差分方程

- 时域分析

1. 计算零输入响应：求解齐次解

2. 计算零状态响应：

①经典法：求解非齐次解

②离散卷积分析法

- 变换域分析（第6章介绍）

3.5.1 离散卷积的引出

离散信号的分解

$$x(k)=\cdots+x(-2)\delta(k+2)+x(-1)\delta(k+1)+\cdots=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x(n)\delta(k-n)$$

设单位函数响应为 $h(k)$

$$\delta(k)\longrightarrow\boxed{S}\longrightarrow h(k)$$

根据线性和时不变性，有

$$x(n)\delta(k-n)\longrightarrow x(n)h(k-n)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty}x(n)\delta(k-n)\longrightarrow\sum_{n=-\infty}^{\infty}x(n)h(k-n)$$

$$\therefore y_{zs}(k)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x(n)h(k-n)$$

用卷积符号记为

$$y_{zs}(k)=x(k)*h(k)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x(n)h(k-n)$$

称为卷积和或离散卷积

3.5.2 离散卷积的性质

1. 代数运算

（1） 交换律 $x(k)*h(k)=h(k)*x(k)$

（2） 分配律 $x(k)*[h_1(k)+h_2(k)]=x(k)*h_1(k)+x(k)*h_2(k)$

（2） 结合律 $\left[x(k)*h_1(k)\right]*h_2(k)=x(k)*\left[h_1(k)*h_2(k)\right]$

2. 差分与求和

设 $y(k)=x(k)*h(k)$，有

（1） 差分

$$\Delta y(k)=\Delta x(k)*h(k)=x(k)*\Delta h(k)$$

$$\nabla y(k)=\nabla x(k)*h(k)=x(k)*\nabla h(k)$$

（2） 求和

$$\sum_{n=-\infty}^{k}y(n)=x(k)*\sum_{n=-\infty}^{k}h(n)=\left[\sum_{n=-\infty}^{k}x(n)\right]*h(k)$$

3. 移位

$$x(k)=x(k)*\delta(k)$$

推广 $$x(k)*\delta(k-k_1)=x(k-k_1)$$

$$x(k-k_1)*\delta(k-k_2)=x(k-k_1-k_2)$$

$$x(k-k_1)*h(k-k_2)=y(k-k_1-k_2)$$

3.5.3 确定离散卷积求和限的公式

若 $k < k_1$ **时，** $x(k) = 0$; $k < k_2$ **时，** $h(k) = 0$; **确定求和限的一般公式为**

$$y_{zs}(k) = \sum_{n=k_1}^{k-k_2} x(n)h(k-n) \cdot u(k-k_1-k_2)$$

等比级数求和公式：

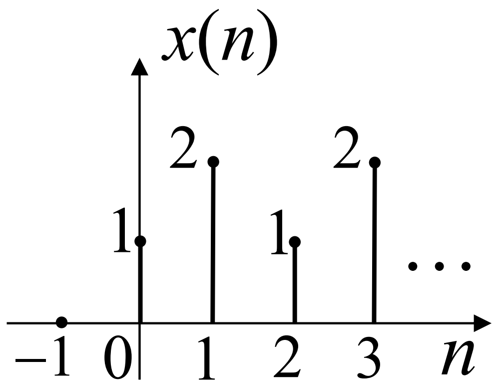
$$\sum_{n_1}^{n_2} q^n = \begin{cases} \dfrac{q^{n_1} - q^{n_2}}{1-q}, & q \neq 1 \\ n_2 - n_1 + 1 & q = 1 \end{cases} \qquad (n_1 < n_2)$$

3.5.4 离散卷积的图解

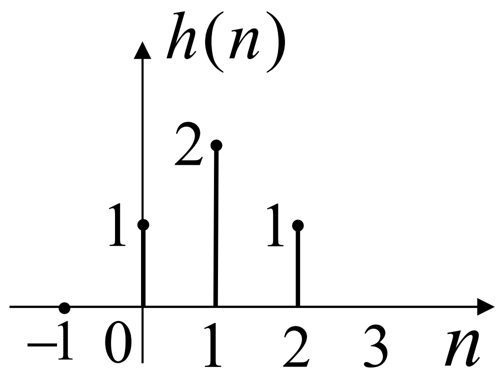
步骤：

1. 换元；2. 折叠 $h(-n)$；3. 移位 $h(k-n)$；

4. 相乘 $x(n)h(k-n)$； 5. 求和。



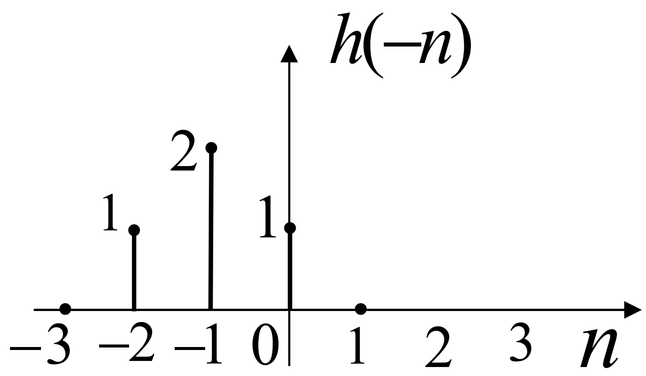
例2－9－2 设激励信号$x(k)=\{\underline{1},2,1,2\cdots\}$，单位函数响应$h(k)=\{\underline{1},2,1\}$，试求零状态响应$y_{zs}(k)$。



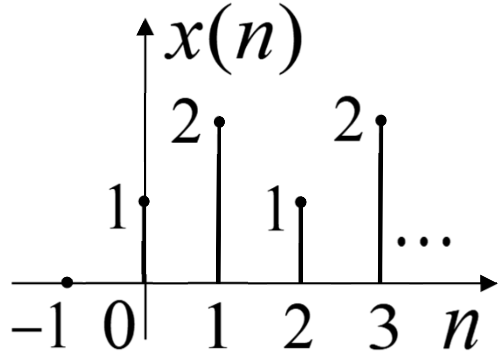
$$\text{解}: y_{zs}(k)=\sum_{n=0}^{k}x(n)h(k-n)$$

$$\text{当}k<0\text{时}, y_{zs}(k)=0$$

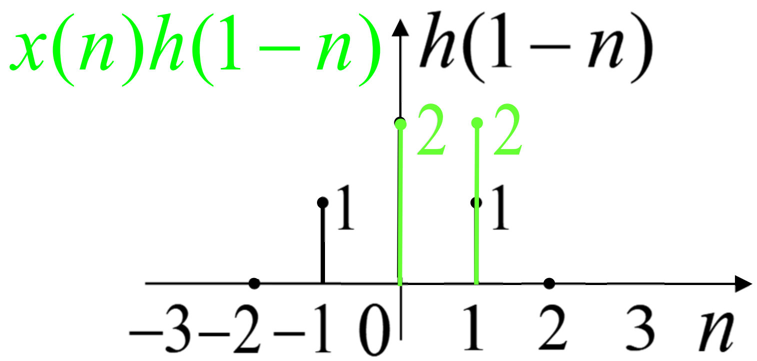
$$y_{zs}(0)=\sum_{n=0}^{0}x(n)h(0-n)=x(0)h(0)=1\times1=1$$



$$y_{zs}(1)=\sum_{n=0}^{1}x(n)h(1-n)=x(0)h(1)+x(1)h(0)$$
$$=1\times 2+2\times 1=4$$

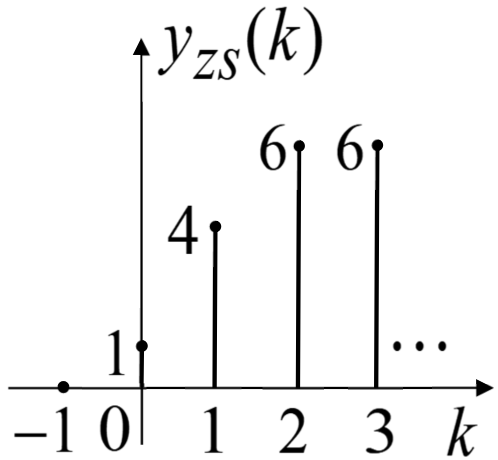


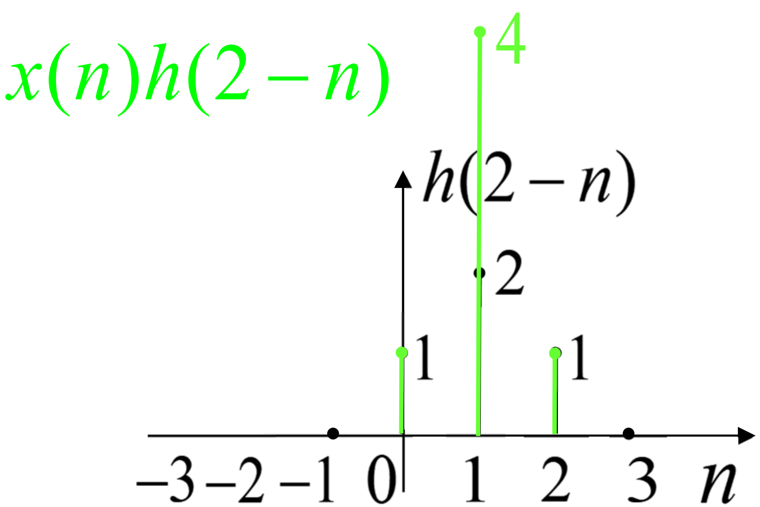
$$y_{zs}(2)=\sum_{n=0}^{2}x(n)h(2-n)$$
$$=x(0)h(2)+x(1)h(1)+x(2)h(0)$$
$$=1\times 1+2\times 2+1\times 1=6$$



类此，可得

$$y_{zs}(k)=\{\underline{1},4,6,6\cdots\}$$





3.5.5 离散卷积的列表计算

例： 离散时间系统的激励信号 $x(k)=\{\underline{2},1,5\}$，单位函数响应 $h(k)=\{\underline{3},1,4,2\}$，试求其零状态响应。

· 序列阵表格法

$h(k)$ \ $x(k)$	$\underline{2}$	1	5
$\underline{3}$	$\underline{6}$	3	15
1	2	1	5
4	8	4	20
2	4	2	10

· 不进位乘法

$$
\begin{array}{rrrrrrr}
 & & & \underline{3} & 1 & 4 & 2 \\
\times & & & & \underline{2} & 1 & 5 \\
\hline
 & & & 15 & 5 & 20 & 10 \\
 & & 3 & 1 & 4 & 2 & \\
+ & \underline{6} & 2 & 8 & 4 & & \\
\hline
 & \underline{6} & 5 & 24 & 13 & 22 & 10
\end{array}
$$

$$\therefore \quad y_{zs}(k)=\{\underline{6},5,24,13,22,10\}$$

第三章 离散时间信号与系统的时域分析

- 3.1 典型的离散时间信号
- 3.2 离散时间信号的基本运算
- 3.3离散系统的零输入响应
- 3.4 离散系统的单位脉冲响应
- 3.5 离散系统的零状态响应
- 3.6 离散时间系统的全响应
- 本章要点
- 作业

3.6 离散时间系统的全响应

系统的全响应分解为：

- 全响应 = 零输入响应 + 零状态响应
- 全响应 = 自然(固有)响应(通解)+ 强制响应(特解)

  自然响应：齐次微分(差分)方程的通解

  强制响应：非齐次微分(差分)方程的特解，是与激励同模式的部分。

- 全响应 = 暂态响应 + 稳态响应

  暂态响应：$t \to \infty \left(k \to \infty\right)$时衰减为0的部分

  稳态响应：$t \to \infty \left(k \to \infty\right)$时依然存在的部分

例： 某离散时间系统由下列差分方程描述

$$y(k+2)-0.7y(k+1)+0.1y(k)=7x(k+2)-2x(k+1)$$

已知 $y_{zi}(0)=2$，$y_{zi}(1)=4$，$x(k)=u(k)$，试求该系统的全响应。

解 先求零输入响应 $y_{zi}(k)$：

特征方程为$r^2-0.7r+0.1=0$，特征根 $r_1=0.5$，$r_2=0.2$

故 $y_{zi}(k)=A_1(0.5)^k+A_2(0.2)^k$

代入初始条件 $y_{zi}(0)=2=A_1+A_2$

$$y_{zi}(1)=4=0.5A_1+0.2A_2$$

解得 $A_1=12$，$A_2=-10$

$$\therefore \quad y_{zi}(k)=12(0.5)^k-10(0.2)^k \qquad k\ge 0$$

再求零状态响应$y_{zs}(k)$:

$$h_0(k)=\left[B_1(0.5)^k+B_2(0.2)^k\right]u(k-1)$$

代入初始条件 $h_0(1)=0$，$h_0(2)=1$， 解得 $B_1=\dfrac{20}{3}$，$B_2=\dfrac{-50}{3}$

$$\therefore\quad h_0(k)=\left[\frac{20}{3}(0.5)^k-\frac{50}{3}(0.2)^k\right]u(k-1)$$

故 $h(k)=7h_0(k+2)-2h_0(k+1)$

$$=7[\frac{20}{3}(0.5)^{k+2}-\frac{50}{3}(0.2)^{k+2}]u(k+1)$$

$$-2[\frac{20}{3}(0.5)^{k+1}-\frac{50}{3}(0.2)^{k+1}]u(k)$$

$$=7[\frac{20}{3}(0.5)^{k+2}+\frac{50}{3}(0.2)^{k+2}]\delta(k+1)+7[\frac{20}{3}(0.5)^{k+2}+\frac{50}{3}(0.2)^{k+2}]u(k)$$

$$-2[\frac{20}{3}(0.5)^{k+1}+\frac{50}{3}(0.2)^{k+1}]u(k)$$

$$=[5(0.5)^k+2(0.2)^k]u(k)$$

$$\therefore \quad y_{zs}(k)=x(k)*h(k)=u(k)*[5(0.5)^k+2(0.2)^k]u(k)$$
$$=u(k)*5(0.5)^k u(k)+u(k)*2(0.2)^k u(k)$$
$$=[\sum_{n=0}^{k}5(0.5)^n+\sum_{n=0}^{k}2(0.2)^n]u(k)$$
$$=[5\frac{1-(0.5)^{k+1}}{1-0.5}+2\frac{1-(0.2)^{k+1}}{1-0.2}]u(k)$$
$$=\{10[1-(0.5)^{k+1}]+2.5[1-(0.2)^{k+1}]\}u(k)$$
$$=[12.5-5(0.5)^k-0.5(0.2)^k]u(k)$$

所以，全响应$y(k)=y_{zi}(k)+y_{zs}(k)$

$$=12.5+7(0.5)^k-10.5(0.2)^k] \quad k\geq 0$$

注意：若初始条件为$y(0)=9$ 和 $y(1)=13.9$，应先求 $y_{zs}(k)$, 得 $y_{zs}(0)=7$ 和 $y_{zs}(1)=9.9$；于是 $y_{zi}(0)=2$，$y_{zi}(1)=4$；再求$y_{zi}(k)$。

本章要点

- 1.常用的离散信号及其表示方法
  - 单位函数的性质以及与单位阶跃序列的关系　*Z* 序列
- 2.离散信号的基本运算
  - 相加 相乘 移位 折叠 差分 求和
- 3.离散系统的零输入响应
  - 经典法求解齐次差分方程
- 4.离散系统的单位脉冲态响应
  - 直接法　间接法
  - 图解法　不进位乘法　解析法
- 5.离散系统的零输入响应（离散卷积）
  - 图解法　不进位乘法　解析法

6.离散系统的全响应

作 业

3.1-3.4:

3-2(a、e)， 3-7，3-10

3.5-3.6:

3-12(2、5)，3-13， 3-14， 3-16(2、3)，3-17（4），3-18，3-19